





<https://vizle.offnote.co>

Contact us: vizle@offnote.co

This document was generated automatically by **Vizle**

Your **Personal Video Reader Assistant**

Learn from Videos **Faster** and **Smarter**

VIZLE PRO / BIZ

PDF, PPT Watermarks

- Convert *entire* videos
- *Customize* to retain all essential content
- Include Spoken *Transcripts*
- Customer support

Visit <https://vizle.offnote.co/pricing> to learn more

VIZLE FREE PLAN

PDF only Watermarks

- Convert videos *partially*
- Slides may be *skipped**
- Usage restrictions
- No Customer support

Visit <https://vizle.offnote.co> to try free

Login to Vizle to unlock more slides*

V **exercice 1** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. $U_n = \frac{11 \dots 1}{n \text{ fois}}$

Vizle $n = 1 + 10 + 10^2 + \dots + 10^{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} 10^k$

Un gr. la somme de n termes consécutifs d'une suite Géométrique de raison $q=10$ et de 1^{er} terme 1

$$U_n = \frac{10^n - 1}{10 - 1} = \frac{10^n - 1}{9} \text{ D'où } 9U_n = 10^n - 1$$

$a \in \mathbb{Z}^*$, $\forall n \in \mathbb{Z}$
 $a \mid 10 \Rightarrow a \mid 10^n$

2) Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

i) $U_n \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow 7 \mid U_n \Rightarrow 7 \mid 9U_n \Rightarrow 7 \mid 10^n - 1$
Etudions, selon les valeurs de n , le reste de la division euclidienne de 10^n par 7, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

$$10^1 \equiv 3 \pmod{7}; 10^2 \equiv 2 \pmod{7}$$

Exercice N°1 : 3 POINTS 15 mn

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On pose $u_n = \frac{11 \dots 1}{n \text{ fois}}$.

- Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $9u_n = 10^n - 1$.
- Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $u_n \equiv 0 \pmod{7} \Leftrightarrow n \equiv 0 \pmod{6}$.
- En déduire le plus petit entier naturel n pour lequel $u_n \equiv 0 \pmod{63}$.

Exercice N°2 : 3 POINTS 15 mn

- Soit x un entier relatif.
 - Justifier que $3x \equiv 8 \pmod{10} \Leftrightarrow x \equiv 6 \pmod{10}$
 - Montrer alors que $x^2 \equiv 6 \pmod{10} \Leftrightarrow (x \equiv 4 \pmod{10} \text{ ou } x \equiv 6 \pmod{10})$
- Soit n un entier naturel.
 - Prouver que $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow (n+1)^2 \equiv 6 \pmod{10}$
 - En déduire les entiers naturels multiples de 10 et inférieurs à 5000 qui sont la somme des carrés de trois nombres consécutifs.

Exercice N°3 : 4 POINTS 25 mn

Soient p et q deux nombres premiers distincts.

- Justifier que $p^{p-1} \equiv 1 \pmod{q}$ et que $q^{q-1} \equiv 1 \pmod{p}$.
 - Montrer alors que $p^{p-1} + q^{q-1} \equiv 1 \pmod{pq}$.
 - En déduire que l'équation (E) : $(p^{p-1} + q^{q-1})x + pqy = x + 1 \pmod{pq}$ n'admet pas de solutions dans \mathbb{Z}^2 .
- Soit $a \in \mathbb{Z}$ tel que $a \wedge p = 1$ et $a \wedge q = 1$.

On considère dans \mathbb{Z} l'équation (E') : $ax \equiv 1 \pmod{pq}$.

- Montrer que $a^{p-1+q-1} \equiv 1 \pmod{pq}$. En déduire que : $27^{4200} \equiv 1 \pmod{4331}$.
- Déterminer une solution particulière x_0 de l'équation (E').
- Montrer que $a \wedge pq = 1$ puis résoudre, dans \mathbb{Z} , l'équation (E').

Je vous incite à ne pas vous précipiter à la correction avant de déployer le temps nécessaire de l'effort personnel convenable à la résolution.

à effectuer la division euclidienne de n par 6

Soit q et r le quotient et le reste de la division euclidienne de n par 6 : $n = 6q + r, 0 \leq r \leq 5$

$$\Rightarrow 10^n = 10^{6q+r} = (10^6)^q \cdot 10^r \text{ or } 10^6 \equiv 1 [7]$$

$$\Rightarrow 10^n \equiv 10^r [7] ; r \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

4) Soit $n = 6q$ ($q \in \mathbb{N}$) Alors $10^n \equiv 1 [7]$.

$n \equiv \dots (6)$	0	1	2	3	4	5
$10^n \equiv \dots (7)$	1	3	2	6	4	5

$10^n \equiv 1 [7]$ si $n \equiv 0 [6]$

Exercice N°1 : 3 POINTS 15 mn

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On pose $u_n = 11 \dots 1$.

- Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $9u_n = 10^n - 1$.
- Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $u_n \equiv 0 [mod 7] \Leftrightarrow n \equiv 0 [mod 6]$.
- En déduire le plus petit entier naturel n pour lequel $u_n \equiv 0 [mod 63]$.

Exercice N°2 : 3 POINTS 15 mn

- Soit x un entier relatif.
 - Justifier que $3x \equiv 8 \pmod{10} \Leftrightarrow x \equiv 6 \pmod{10}$
 - Montrer alors que $x^2 \equiv 6 \pmod{10} \Leftrightarrow (x \equiv 4 \pmod{10} \text{ ou } x \equiv 6 \pmod{10})$
- Soit n un entier naturel.
 - Prouver que $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow (n+1)^2 \equiv 6 \pmod{10}$
 - En déduire les entiers naturels multiples de 10 et inférieurs à 5000 qui sont la somme des carrés de trois nombres consécutifs.

Exercice N°3 : 4 POINTS 25 mn

Soient p et q deux nombres premiers distincts.

- Justifier que $p^{q-1} \equiv 1 [mod q]$ et que $q^{p-1} \equiv 1 [mod p]$.
 - Montrer alors que $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 [mod pq]$.
 - En déduire que l'équation (E) : $(p^{q-1} + q^{p-1})x + pqy = x + 1 [mod pq]$ n'admet pas de solutions dans \mathbb{Z}^2 .
- Soit $a \in \mathbb{Z}$ tel que $a \wedge p = 1$ et $a \wedge q = 1$.

On considère dans \mathbb{Z} l'équation (E') : $ax \equiv 1 [mod pq]$.

- Montrer que $a^{p-1}q^{-1} \equiv 1 [mod pq]$. En déduire que : $27^{4200} \equiv 1 [4331]$.
- Déterminer une solution particulière x_0 de l'équation (E').
- Montrer que $a \wedge pq = 1$ puis résoudre, dans \mathbb{Z} , l'équation (E').



$$u_n = \sum_{k=0}^{n-1} 10^k$$

www.takiacademy.com

73.832.000

1

Je vous incite à ne pas vous précipiter à la correction avant de déployer le temps nécessaire de l'effort personnel convenable à la résolution.

On a $10 \equiv 1 [9] \Rightarrow 10^k \equiv 1^k [9] \forall k \in \{0, \dots, n-1\}$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{n-1} 10^k \equiv \sum_{k=0}^{n-1} 1 [9]$$

$$\Rightarrow u_n \equiv n [9]$$

$\delta n \quad u_n \equiv 0 [9] \text{ ssi } n \equiv 0 [9] \quad \textcircled{ii}$

Ainsi $u_n \equiv 0 [63] \Leftrightarrow n \equiv 0 [6] \text{ et } n \equiv 0 [9]$
 \Leftrightarrow

Exercice N°1 : 3 POINTS

15 mn



Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On pose $u_n = 11 \dots 1$.

- Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $9u_n = 10^n - 1$.
- Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $u_n \equiv 0 [\text{mod } 7] \Leftrightarrow n \equiv 0 [\text{mod } 6]$.
- En déduire le plus petit entier naturel n pour lequel $u_n \equiv 0 [\text{mod } 63]$.

Exercice N°2 : 3 POINTS

15 mn



- Soit x un entier relatif.
 - Justifier que $3x \equiv 8 \pmod{10} \Leftrightarrow x \equiv 6 \pmod{10}$
 - Montrer alors que $x^2 \equiv 6 \pmod{10} \Leftrightarrow (x \equiv 4 \pmod{10} \text{ ou } x \equiv 6 \pmod{10})$
- Soit n un entier naturel.
 - Prouver que $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow (n+1)^2 \equiv 6 \pmod{10}$
 - En déduire les entiers naturels multiples de 10 et inférieurs à 5000 qui sont la somme des carrés de trois nombres consécutifs.

Exercice N°3 : 4 POINTS

25 mn



Soient p et q deux nombres premiers distincts.

- Justifier que $p^{q-1} \equiv 1 [\text{mod } q]$ et que $q^{p-1} \equiv 1 [\text{mod } p]$.
 - Montrer alors que $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 [\text{mod } pq]$.
 - En déduire que l'équation (E) : $(p^{q-1} + q^{p-1})x + pqy = x + 1 [\text{mod } pq]$ n'admet pas de solutions dans \mathbb{Z}^2 .
- Soit $a \in \mathbb{Z}$ tel que $a \wedge p = 1$ et $a \wedge q = 1$.

On considère dans \mathbb{Z} l'équation (E') : $ax \equiv 1 [\text{mod } pq]$.

- Montrer que $a^{p-1}q^{q-1} \equiv 1 [\text{mod } pq]$. En déduire que : $27^{4200} \equiv 1 [4331]$.
- Déterminer une solution particulière x_0 de l'équation (E').
- Montrer que $a \wedge pq = 1$ puis résoudre, dans \mathbb{Z} , l'équation (E').



Soit $x \in \mathbb{N}$

$x \equiv \dots [6]$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$3x \equiv \dots [10]$	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7

$$3x \equiv 8 [10] \Leftrightarrow x \equiv 6 [10]$$

Autrement :

$$x \equiv 6 [10] \Rightarrow 3x \equiv 18 [10] \equiv 8 [10]$$

www.takiacademy.com
73.832.000

Je vous incite à ne pas vous précipiter à la correction avant de déployer le temps nécessaire de l'effort personnel convenable à la résolution.



$$\Rightarrow 3x \equiv 8 [10] \Rightarrow 3x \equiv 18 [10]$$

$$\Rightarrow 3x - 18 \equiv 0 [10]$$

$$\Rightarrow 10 \mid 3x - 18 \Rightarrow 10 \mid 3(x - 6)$$

Exercice N°1 : 3 POINTS 15 mn

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On pose $u_n = 11 \dots 1$.

- Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $9u_n = 10^n - 1$.
- Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $u_n \equiv 0 \pmod{7} \Leftrightarrow n \equiv 0 \pmod{6}$.
- En déduire le plus petit entier naturel n pour lequel $u_n \equiv 0 \pmod{63}$.

Exercice N°2 : 3 POINTS 15 mn

- Soit x un entier relatif.
 - Justifier que $3x \equiv 8 \pmod{10} \Leftrightarrow x \equiv 6 \pmod{10}$
 - Montrer alors que $x^2 \equiv 6 \pmod{10} \Leftrightarrow (x \equiv 4 \pmod{10} \text{ ou } x \equiv 6 \pmod{10})$
- Soit n un entier naturel.
 - Prouver que $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow (n+1)^2 \equiv 6 \pmod{10}$
 - En déduire les entiers naturels multiples de 10 et inférieurs à 5000 qui sont la somme des carrés de trois nombres consécutifs.

Exercice N°3 : 4 POINTS 25 mn

Soient p et q deux nombres premiers distincts.

- Justifier que $p^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}$ et que $q^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.
- Montrer alors que $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$.
- En déduire que l'équation (E) : $(p^{q-1} + q^{p-1})x + pqy = x + 1 \pmod{pq}$ n'admet pas de solutions dans \mathbb{Z}^2 .
- Soit $a \in \mathbb{Z}$ tel que $a \wedge p = 1$ et $a \wedge q = 1$.

On considère dans \mathbb{Z} l'équation (E') : $ax \equiv 1 \pmod{pq}$.

- Montrer que $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$. En déduire que : $27^{4200} \equiv 1 \pmod{4331}$.
- Déterminer une solution particulière x_0 de l'équation (E').
- Montrer que $a \wedge pq = 1$ puis résoudre, dans \mathbb{Z} , l'équation (E').



<https://vizle.offnote.co>

Contact us: vizle@offnote.co

This document was generated automatically by **Vizle**

Your **Personal Video Reader Assistant**

Learn from Videos **Faster** and **Smarter**

VIZLE **PRO / BIZ**

PDF, PPT ~~Watermarks~~

- Convert *entire* videos
- *Customize* to retain all essential content
- Include Spoken *Transcripts*
- Customer support

Visit <https://vizle.offnote.co/pricing> to learn more

VIZLE **FREE PLAN**

PDF only ~~Watermarks~~

- Convert videos *partially*
- Slides may be *skipped**
- Usage restrictions
- No Customer support

Visit <https://vizle.offnote.co> to try free

Login to Vizle to unlock more slides*